Política monetaria en el modelo de intercambio:

Cada periodo t se compone de 2 sub-periodos:

1. AM_t (assets market):
   - Cantidad de bonos (ahorro) desean comprar en ese periodo
   - Cantidad de dinero que quieren dejar para consumir.
2. PM_t (products market):
   - Individuo 1 recibe la dotación y la vende al precio de mercado.
   - Individuo 2 compra el bien final con el dinero que asignaron en AM_t y guarda lo que le sobra.

Al final individuos se reunen y consumen.

Restricción en AM_t:

$$B_t + M_t^d = P_{t-1} y_{t-1} + \underbrace{(M_{t-1}^d - P_{t-1} c_{t-1})}_{\text{"debajo del colchón"}} + \underbrace{(1+R_{t-1}) B_{t-1}}_{\text{bonos.}} + \Omega_t$$

Hay 2 formas de transferir riqueza de un periodo a otro:

1. Guardando dinero debajo del colchon $\rightarrow$ no paga interés.
2. Comprando bonos $\rightarrow$ sí pagan interés.

Si $R_t > 0$: es estrictamente preferible transferir riqueza a través de bonos.

Si $R_t < 0$: es mejor dejar dinero debajo del colchón.

Sin embargo, si $R_t < 0$ individuo tendría incentivos a pedir prestado ∞, ahorrarlo debajo del colchón, y el siguiente periodo pagar su deuda.

$\Rightarrow R_t$ **NO** puede ser negativo en equilibrio.

$\Rightarrow \boxed{R_t \geq 0}$ → asimetría en las tasas de interés: r_t puede tomar cualquier valor. r_t puede ser negativa. Por ej: si dotaciones presentes son muy abundantes y las del siguiente periodo son muy escasas.

zero-lower bound.

Restricción en PM_t:

$$P_t c_t \leq M_t^d$$

Escribiendo las restricciones en términos reales:

$$\frac{B_t}{P_t} + \frac{M_t^d}{P_t} = \frac{P_{t-1} y_{t-1}}{P_t} + \left(\frac{M_{t-1}^d}{P_t} - \frac{P_{t-1} c_{t-1}}{P_t}\right) + \frac{(1+R_{t-1})B_{t-1}}{P_t} + \frac{\Omega_t}{P_t}$$

$1+\hat{P}_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$ $\qquad \frac{y_{t-1}}{1+\hat{P}_t}$ $\qquad \underbrace{\frac{M_{t-1}^d}{P_{t-1}}}_{z_{t-1}^d} \cdot \frac{P_{t-1}}{P_t}$ $\qquad \frac{c_{t-1}}{1+\hat{P}_t}$ $\qquad \frac{B_{t-1}}{P_{t-1}} \cdot \frac{P_{t-1}}{P_t} = b_{t-1} \cdot \frac{1}{1+\hat{P}_t}$

$$(1+r_{t-1})(1+\hat{P}_t) = (1+R_{t-1})$$

$\frac{(1+R_{t-1})}{1+\hat{P}_t} b_{t-1} \rightarrow (1+r_{t-1}) b_{t-1}$

$b_t := \frac{B_t}{P_t}$ → tenencia de bonos reales.

$z_t^d := \frac{M_t^d}{P_t}$ — demanda real de dinero en t. "demanda de saldos reales".

$$b_t + z_t^d = \frac{1}{1+\hat{P}_t} y_t + \frac{1}{1+\hat{P}_t}\left(z_{t-1}^d - c_{t-1}\right) + (1+r_{t-1}) b_{t-1} + \frac{\Omega_t}{P_t}$$

↳ restricción presup. en AM_t en términos reales.

→ Si hay inflación ($\hat{P}_t > 0$) el dinero que guardo debajo del colchón pierde valor real.

$$\frac{\cancel{P_t} c_t}{\cancel{P_t}} \leq \frac{M_t^d}{P_t} \Rightarrow c_t \leq z_t^d$$

Problema del consumidor:

$$\max_{c_t, b_t, z_t^d} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \ln c_t \quad \text{s.a.}$$

- restricción en AM_t
- restricción en PM_t.

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \ln c_t + \sum_{t=1}^{\infty} \underbrace{\lambda_t}_{\text{multiplicador asociado a } AM_t.} \Big[\frac{1}{1+\hat{P}_t} y_t + \frac{1}{1+\hat{P}_t} (z_{t-1}^d - c_{t-1}) + (1+r_{t-1}) b_{t-1}$$

$$+ \frac{\Omega_t}{P_t} - b_t - z_t^d \Big] + \sum_{t=1}^{\infty} \underbrace{\mu_t}_{\text{multiplicador asociado a } PM_t} [z_t^d - c_t]$$

restricción de desigualdad

CPO:

$$[c_t]: \quad \frac{\beta^{t-1}}{c_t} = \mu_t + \frac{\lambda_{t+1}}{\hat{P}_{t+1}} = \lambda_t$$

$$[b_t]: \quad \lambda_t = (1+r_t) \lambda_{t+1}$$

$$[z_t^d]: \quad \lambda_t = \mu_t + \frac{\lambda_{t+1}}{1+\hat{P}_{t+1}}$$

$$\underbrace{\frac{c_{t+1}^*}{c_t^*} = \beta (1+r_t)}$$

condición de eficiencia (Euler). NO cambia con la presencia de dinero.

+ condición de holgura: $\mu_t (z_t^d - c_t) = 0$.

↳ Si $R_t > 0$, la restricción en PM_t tiene que ser activa: $\mu_t > 0$.

$$\Rightarrow M_t^d = P_t c_t \iff \boxed{z_t^d = c_t}$$

- En AM_t hogar escogen entre bonos vs dinero para consumir en PM_t.
- Supongamos que el individuo conoce en AM_t el consumo que va a realizar en PM_t: c_t^*.

  ⇒ individuo sabe que necesita exactamente $P_t c_t^*$ para PM_t.
- Si $R_t > 0$, el dinero que sobre del consumo en PM_t va a perder valor ⇒ individuo no tiene incentivos a hacerlo.

Nos concentraremos solamente en equilibrios donde $R_t > 0$.

Para resolver el problema y encontrar funciones de demanda, tendríamos que combinar ecuación de Euler con las restricciones del individuo para encontrar C°.

muy complicado!

Sin embargo, sí podemos resolver algunas variables de equilibrio si asumimos un modelo de agente representativo:

$\boxed{C_t^* = y_t}$ → cond. de vaciado.

$\boxed{1+r_t^* = \frac{y_{t+1}}{\beta y_t}}$ → usando ec. de Euler.

Iguales a modelo sin dinero: "dinero es neutral"!

$$\frac{M_t^d}{P_t} = z_t^d = c_t^* = y_t$$

En eq. el mercado de dinero se vacía: $M_t^d = M_t^s$ exógena.

$$\Rightarrow \frac{M_t^d}{P_t} = \frac{M_t^s}{P_t} = y_t \quad \Rightarrow \boxed{P_t = \frac{M_t^s}{y_t}} \quad (*)$$

Inflación de eq: $1+\hat{P}_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{M_{t+1}^s}{M_t^s} \cdot \frac{y_t}{y_{t+1}}$

$$\boxed{(1+\hat{P}_{t+1}) = \frac{1+\hat{M}_{t+1}^s}{1+\hat{y}_{t+1}}}$$

$\hat{M}_{t+1}^s$: tasa de crecimiento de oferta monetaria

$\hat{y}_{t+1}$: tasa de crecim. de dotaciones.

$(*)$ $1+R_t^* = (1+r_t^*)(1+\hat{P}_{t+1})$

$1+r_t^* = \frac{y_{t+1}}{\beta y_t}$ $\quad 1+\hat{M}_{t+1}^s \cdot \frac{y_t}{y_{t+1}}$

$$\boxed{1+R_t^* = \frac{1+\hat{M}^s_{t+1}}{\beta}}$$ ✓

Equilibrio bajo distintos criterios de Pol. monetaria:

1: Objetivo de tasa de interés nominal:

- Banco tiene como objetivo fijar $R_t = \bar{R}$ $\forall t$.

$$1+R_t^* = 1+\bar{R} = \frac{1+\hat{M}^s_{t+1}}{\beta}$$

$$\Rightarrow \boxed{1+\hat{M}^s_{t+1} = \beta(1+\bar{R})}$$ → oferta monetaria debe crecer a una tasa constante

$$1+R_t^* = (1+r_t^*)(1+\hat{P}_{t+1})$$

$$\Rightarrow \boxed{1+\hat{P}_{t+1} = \frac{1+\bar{R}}{1+r_t^*}}$$ → inflación va a depender de tasa de interés real.

Si $r_t^* \uparrow \Rightarrow \hat{P}_{t+1} \downarrow$.

Efectos de un choque transitorio a la dotación en t=1:

- Supong. que y_1 aumenta y y_t permanece constante $t \geq 2$.

$$1+r_t^* = \frac{y_{t+1}}{\beta y_t} \quad . \qquad 1+r_1 = \frac{y_2}{\beta y_1}$$

$y_1 \uparrow \Rightarrow r_1 \downarrow \Rightarrow \hat{P}_2 \uparrow$ inflación entre $t=1$ y $t=2$ aumenta.

$$1+\hat{P}_2 = \frac{P_2^*}{P_1^*} \qquad \cancel{P_2^* \uparrow} \qquad P_1^* \downarrow$$

$$P_2^* = \frac{M_2^s}{y_2} \qquad P_1^* = \frac{M_1}{y_1 \uparrow} \downarrow$$

$$M_t^s = M_1^s(1+\hat{M})^{t-1} \longrightarrow 1+\hat{M}_{t+1} = \frac{M_{t+1}}{M_t}$$

Oferta monetaria no cambia (y su crecimiento tampoco).

Efecto de un choque transitorio anticipado a dotación en t=2:

- y_2 aumenta y y_t constante para $t \neq 2$.

$$1+r_2^* = \frac{y_3}{\beta y_2} \qquad 1+r_1^* = \frac{y_2}{\beta y_1}$$

$$\uparrow y_2 \Rightarrow \downarrow r_2^* \qquad \uparrow y_2 \Rightarrow \uparrow r_1^*.$$

$$1+\hat{P}_{t+1} = \frac{1+\bar{R}}{1+r_t^*} \Rightarrow 1+\hat{P}_2 = \frac{1+\bar{R}}{1+r_1^*} \Rightarrow \uparrow r_1^* \Rightarrow \downarrow \hat{P}_2$$

$$1+\hat{P}_3 = \frac{1+\bar{R}}{1+r_2^*} \Rightarrow \downarrow r_2^* \Rightarrow \uparrow \hat{P}_3$$

$$P_1 = \frac{M_1^s}{y_1} \longrightarrow \text{No cambia.}$$

$$P_2 = \frac{M_1^s}{y_2 \uparrow} \downarrow \longrightarrow P_2 \text{ cae.}$$

$$\hat{P}_2 = \frac{P_2}{P_1} \qquad \hat{P}_3 = \frac{P_3}{P_2}$$

$\Rightarrow$ cuando gob. tiene como objetivo la tasa de interés, choques a dotaciones pueden generar cambios en inflación

Efectos de choque a la oferta monetaria en t=1:

- Para lograr $R_t = \bar{R}$, Banco debe fijar $\hat{M}^s_{t+1} = \hat{M}^s$.
- Crecimiento de oferta monetaria debe ser constante.
- Sin embargo, valor de M_1^s no se especifica.
- Banco puede modificar M_1^s sin afectar su objetivo.
- Si banco modifica M_1^s sin modificar la tasa de crecimiento $\hat{M}^s$ $\Rightarrow$ oferta monetaria va a aumentar en misma proporción en todos los periodos:

$$M_t^s = M_1^s (1+\hat{M}^s)^{t-1}$$

¿Cuál es el efecto de modificar M_1^s?

- Dotaciones $y_1, \ldots,$ no cambian.

$$1+r_t^* = \frac{y_{t+1}}{\beta y_t} \Rightarrow r_t \text{ no cambia.}$$

$$1+R_t^* = 1+\bar{R} = \frac{1+\hat{M}^s_{t+1}}{\beta} \longrightarrow \hat{M}^s_{t+1} \text{ no cambia} \Rightarrow R_t \text{ tampoco.}$$

Único cambio es un incremento proporcional en los precios:

$$P_t^* = \frac{M_t^s}{y_t} = \frac{M_1^s(1+\hat{M}^s)^{t-1}}{y_t} \Rightarrow \uparrow M_1^s \Rightarrow \uparrow P_t^*$$

Efecto de cambio en objetivo $\bar{R}$:

- Supong. banco anuncia un aumento en $\bar{R}$.
- Crecimiento de oferta monetaria debe aumentar:

$$(1+\hat{M}^s_{t+1}\uparrow) = \beta(1+\bar{R}\uparrow)$$

- Precios en todos los periodos sean mayores:

$$1+\hat{P}_{t+1}\uparrow = \frac{1+\bar{R}\uparrow}{1+r^*}$$ $\longrightarrow$ mayor inflación

2: Objetivo es inflación:

- Objetivo del banco es $\hat{P}_{t+1} = \hat{P}$.

$\Rightarrow$ tasa de interés nominal queda determinada por variables reales:

$$1+R^*_t = (1+\hat{P})(1+r^*_t)$$

$$1+r^*_t = \frac{y_{t+1}}{\beta y_t}$$

Como $1+R^*_t = \dfrac{1+\hat{M}^s_{t+1}}{\beta}$

El banco podrá cumplir su objetivo si:

$$\boxed{1+\hat{M}^s_{t+1} = \beta(1+\hat{P})(1+r^*_t)}$$

Choque transitorio a la dotación en $t=1$:

- y_1 aumenta, y_t constante $t \geq 2$.

$$1+r_1 = \frac{y_2}{\beta y_1} \quad \Rightarrow \uparrow y_1 \Rightarrow \downarrow r_1$$

$$(1+R_1) = (1+\hat{p})(1+r_1^*) \quad \Rightarrow \uparrow y_1 \Rightarrow \downarrow r_1 \Rightarrow \downarrow R_1$$

$$\Rightarrow (1+\hat{M}_2^s) = \beta(1+\hat{p})(1+r_1^*) \quad \Rightarrow \downarrow r_1 \Rightarrow \hat{M}_2^s \downarrow$$

$$\hat{M}_2^s = \frac{M_2^s}{M_1^s} \qquad M_2^s \downarrow \qquad \cancel{M_1^s \uparrow}$$

M_1^s está dado $\Rightarrow$ reducción de $\hat{M}_2^s$ debe darse por una caída en M_2^s.

Precios: $P_1^* = \frac{M_1^s}{y_1 \uparrow} \downarrow \quad \Rightarrow \uparrow y_1 \Rightarrow \downarrow P_1$

$\frac{P_{t+1}}{P_t} = 1+\hat{p} \Rightarrow P_{t+1} = P_t(1+\hat{p})$

$P_t = P_{t-1}(1+\hat{p})$

$P_{t-1} = P_{t-2}(1+\hat{p})$

$\vdots$

$P_t = P_1(1+\hat{p})^{t-1}$

Como inflación es constante $\Rightarrow P_t = P_1(1+\hat{p})^{t-1}$

$\Rightarrow$ todos los precios en el futuro caen.

Choque transitorio anticipado a dotaciones en $t=2$:

- $y_2 \uparrow$ y y_t constante $t \neq 2$

$$1+r_1^* = \frac{y_2}{\beta y_1} \qquad 1+r_2^* = \frac{y_3}{\beta y_2}$$

$$\uparrow y_2 \Rightarrow \uparrow r_1^* \qquad \uparrow y_2 \Rightarrow \downarrow r_2^*$$

Banco debe aumentar $\hat{M}_2^s$, reducir $\hat{M}_3^s$ y dejar quieto $\hat{M}_{t+1}^s$ $t \geq 3$:

$$(1+\hat{M}_{t+1}^s) = \beta(1+\hat{p})(1+r_t^*) \qquad r_1^* \uparrow \Rightarrow \hat{M}_2^s \uparrow$$

$$r_2^* \downarrow \Rightarrow \hat{M}_3^s \downarrow$$

Como y_i y M_i^s no cambian, P_i^* tampoco:

$$P_1 = \frac{M_1^s}{y_1}$$

$P_t^* = P_1(1+\hat{P})^{t-1}$ → aquí nada cambia.

$$P_2 = \frac{M_2^s \uparrow}{y_2 \uparrow}$$

Como P_2 no cambia ⇒ ↑ en y_2 debe venir acompañado de ↑ M_2^s en misma proporción.

$$P_3 = \frac{M_3^s}{y_3}$$

P_3 y y_3 no cambian ⇒ M_3^s tampoco.

$$\hat{M}_3^s = \frac{M_3^s}{M_2^s \uparrow} \downarrow \qquad \uparrow M_2^s \Rightarrow \downarrow \hat{M}_3^s$$

Cambios en objetivo de inflación:

Si hay cambio en objetivo de inflación a partir de $t=1$, M_1^s permanece constante:

$$(1+\hat{M}_{t+1}^s) = \beta(1+\hat{P})(1+r_t^*) \longrightarrow \text{si } \hat{P}\uparrow \Rightarrow \hat{M}_{t+1}^s \uparrow.$$